PART2 対数関数の性質

要点 ① 対数関数の性質

対数関数 $y=\log_a x$ のグラフから，次のことがいえる。

対数関数の性質

1 定義域は正の数全体，値域は実数全体

2 $a>1$ のとき

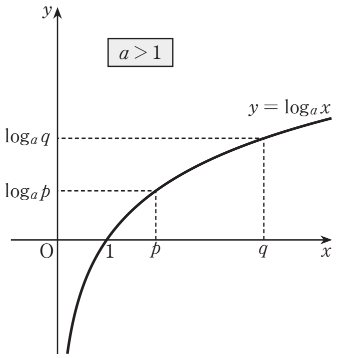
x の値が増加すると y の値も増加する(増加関数である)。

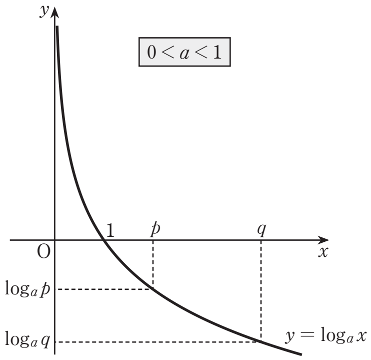
すなわち　$0<p<q \iff \log_a p<\log_a q$

$0<a<1$ のとき

x の値が増加すると y の値は減少する(減少関数である)。

すなわち　$0<p<q \iff \log_a p>\log_a q$





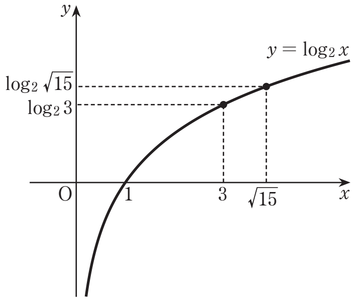
例 $\log_2 3$ と $\log_4 15$ の大小を考える。

$$\log_4 15=\frac{\log_2 \quad}{\log_2 \quad}=\frac{\log_2 15}{2}=\frac{1}{2}\log_2 15=\log_2 15^{\quad}=\log_2\sqrt{15}$$

真数の大小について　$3<\sqrt{15}$

2 は　　　　　から　$\log_2 3$　　$\log_2\sqrt{15}$

よって　$\log_2 3<\log_4 15$



[MEMO]

2　次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

(1)　$2\log_{\frac{1}{2}}3$，0，$\log_{\frac{1}{2}}5$

(2)　$\log_3\dfrac{1}{2}$，$\log_9 4$，1

Point Pickup

対数で表された数の大小

対数で表された数の大小比較は，「底」をそろえた上で，対数の性質

$a>1$ のとき　　$0<p<q \iff \log_a p<\log_a q$

$0<a<1$ のとき　　$0<p<q \iff \log_a p>\log_a q$

を利用して比較する。

第 15 講 PART2 確認問題

次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

1 $\log_{\frac{1}{3}} 15$，0，$2\log_{\frac{1}{3}} 5$

ア

① $0 < \log_{\frac{1}{3}} 15 < 2\log_{\frac{1}{3}} 5$

② $0 < 2\log_{\frac{1}{3}} 5 < \log_{\frac{1}{3}} 15$

③ $\log_{\frac{1}{3}} 15 < 2\log_{\frac{1}{3}} 5 < 0$

④ $2\log_{\frac{1}{3}} 5 < \log_{\frac{1}{3}} 15 < 0$

2 1，$\log_2 6$，$\log_4 9$

イ

① $1 < \log_2 6 < \log_4 9$

② $1 < \log_4 9 < \log_2 6$

③ $\log_2 6 < 1 < \log_4 9$

④ $\log_4 9 < \log_2 6 < 1$

PART2 対数関数の性質

2 次の数の大小を，不等号を用いて表せ。

(1) $2\log_{\frac{1}{2}}3$，0，$\log_{\frac{1}{2}}5$　　(2) $\log_3\dfrac{1}{2}$，$\log_9 4$，1

[解答]

(1) $2\log_{\frac{1}{2}}3=\log_{\frac{1}{2}}3^2=\log_{\frac{1}{2}}9$，$0=\log_{\frac{1}{2}}1$

真数の大小について　$1<5<9$

底 $\dfrac{1}{2}$ は 0 より大きく 1 より小さいから　$\log_{\frac{1}{2}}9<\log_{\frac{1}{2}}5<\log_{\frac{1}{2}}1$

よって　$2\log_{\frac{1}{2}}3<\log_{\frac{1}{2}}5<0$

(2) $\log_9 4=\dfrac{\log_3 4}{\log_3 9}=\dfrac{\log_3 2^2}{\log_3 3^2}=\dfrac{2\log_3 2}{2}=\log_3 2$，$1=\log_3 3$

真数の大小について　$\dfrac{1}{2}<2<3$

底 3 は 1 より大きいから　$\log_3\dfrac{1}{2}<\log_3 2<\log_3 3$

よって　$\log_3\dfrac{1}{2}<\log_9 4<1$

第 15 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：④

[解説]

0，$2\log_{\frac{1}{3}}5$ を変形すると [A]

$$0 = \log_{\frac{1}{3}}1$$

$$2\log_{\frac{1}{3}}5 = \log_{\frac{1}{3}}5^2 = \log_{\frac{1}{3}}25$$

真数の大小について　$1 < 15 < 25$

底 $\dfrac{1}{3}$ は 0 より大きく 1 より小さいから [B]

$$\log_{\frac{1}{3}}25 < \log_{\frac{1}{3}}15 < \log_{\frac{1}{3}}1$$

よって　$\mathbf{2\log_{\frac{1}{3}}5 < \log_{\frac{1}{3}}15 < 0}$

[A]　比較する数の底をそろえる。

[B]
・$a > 1$ のとき
$0 < p < q \iff \log_a p < \log_a q$
・$0 < a < 1$ のとき
$0 < p < q \iff \log_a p > \log_a q$

2

[正解] イ：②

[解説]

1，$\log_4 9$ を変形すると [C]

$$1 = \log_2 2$$

$$\log_4 9 = \frac{\log_2 9}{\log_2 4} = \frac{\log_2 3^2}{\log_2 2^2}$$

$$= \frac{2\log_2 3}{2} = \log_2 3$$

真数の大小について　$2 < 3 < 6$

底 2 は 1 より大きいから [D]

$$\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 6$$

よって　$\mathbf{1 < \log_4 9 < \log_2 6}$

[C]　比較する数の底をそろえる。

[D]
・$a > 1$ のとき
$0 < p < q \iff \log_a p < \log_a q$
・$0 < a < 1$ のとき
$0 < p < q \iff \log_a p > \log_a q$